

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2024 года

Номер вопросника: 035471

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024

מספר השאלון: 035471

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

א. Продолжительность экзамена: 4 часа 15 минут.

ב. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, в которых восемь вопросов.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

Раздел второй – геометрия

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

Вы должны ответить на четыре вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $4 \times 25 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. תתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח הערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה

אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות

התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם

כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на четыре из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 25 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

1. На одном заводе раскладывают в банки огурцы в соответствии с их длиной. Длина огурцов распределяется согласно нормальному закону [מתפלג נורמלי].
- Все огурцы, длина которых меньше 12 см, кладут в обычные консервные банки.
- Остальные огурцы кладут в большие консервные банки.
- Известно, что средняя [אמצע] длина огурца равна 10.56 см, а среднее квадратичное отклонение [סטיית התקן] равно 3 см.
- (א) Найдите процент огурцов, которые кладут в обычные консервные банки.
- Выяснилось, что есть повышенный спрос на особо короткие огурцы, а потому было решено, что огурцы пройдут сортировку заново.
- Было обнаружено, что четверть огурцов из тех, длина которых меньше 12 см, считаются особо короткими огурцами.
- (ב) (1) Найдите процент особо коротких огурцов.
- (2) Найдите длину самого длинного из особо коротких огурцов.
- Через некоторое время на завод пришла новая партия огурцов. В этой партии длина огурцов также распределяется согласно нормальному закону.
- 50% огурцов из этой партии были короче 11.5 см.
- 12.5% огурцов из этой партии были длиннее 14.26 см.
- (ג) Найдите среднее квадратичное отклонение длины огурцов из новой партии.

2. Ученая-статистик провела исследование среди семейных пар.

Она решила проанализировать связь между числом детей у семейной пары (переменная x) и ежемесячными расходами этой пары на горючее (переменная y).

Для этого она сделала выборку [בדגמה] из 4 пар из своей базы данных:

- пара без детей, расходы которой на горючее составляют 1 500 шекелей в месяц.
- пара с одним ребенком, расходы которой на горючее составляют 1 800 шекелей в месяц.
- пара с тремя детьми, расходы которой на горючее составляют 2 900 шекелей в месяц.
- пара с четырьмя детьми, расходы которой на горючее составляют 3 800 шекелей в месяц.

(א) Начертите диаграмму распределения с точками, соответствующими этим четырем парам из выборки. Обозначьте на осях координаты этих точек.

Ученая вычислила среднее квадратичное отклонение [סטיית תקן] переменной y и получила следующий результат: $S_y = \sqrt{835\,000}$.

- (ב) (1) Найдите среднее значение [אמצע] числа детей у семейной пары из данной выборки и среднее значение ежемесячных расходов пары из этой выборки на горючее.
- (2) Вычислите коэффициент корреляции [מקדם הקורלציה] между двумя этими переменными.
- (ג) Найдите уравнение линейной регрессии [ישר רגרסיה] для прогноза ежемесячных расходов на горючее в зависимости от числа детей.

Вследствие повышения цен на горючее ежемесячные расходы каждой из семейных пар на горючее увеличились на 6%.

- (ד) Для каждого из следующих ниже показателей определите, увеличилось, уменьшилось или осталось без изменений его значение.
- (1) Среднее квадратичное отклонение переменной y .
- (2) Коэффициент корреляции r .

3. В многоквартирном доме есть два вида квартир: квартиры, которые выходят окнами на парк, и квартиры, которые выходят окнами на дорогу.

Вероятность того, что квартира в этом доме выходит окнами на парк, равна $\frac{3}{4}$.

Часть квартир в этом доме отремонтирована, а остальные не отремонтированы.

Число отремонтированных квартир больше в 4 раза числа неотремонтированных квартир.

28% квартир, которые выходят окнами на дорогу, отремонтированы.

- (א) Случайным образом выбирают квартиру из всех квартир, расположенных в этом доме.
- (1) Какова вероятность выбрать отремонтированную квартиру?
- (2) Какова вероятность выбрать квартиру, которая и выходит окнами на дорогу, и отремонтирована?

- (ב) Случайным образом выбирают квартиру из неотремонтированных квартир.
- Какова вероятность того, что эта квартира выходит окнами на дорогу?

35 квартир в этом доме и выходят окнами на дорогу, и отремонтированы.

- (ג) Найдите, сколько квартир в этом доме и выходят окнами на парк, и отремонтированы.

Раздел второй – геометрия

4. На чертеже справа – прямоугольная трапеция $ABCD$ ($\angle D = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).

Вершина B лежит на оси y , а вершина C лежит на отрицательной части оси x .

Основание CD пересекает ось y в точке H .

Дано: точка $E(2, 7)$ лежит на основании AB .

Уравнение боковой стороны трапеции

$$AD: y = -2x + 16.$$

- (*) Найдите координаты вершины B .

Дано, что длина боковой стороны трапеции

BC равна $\sqrt{72}$.

- (*) Найдите координаты вершины C .

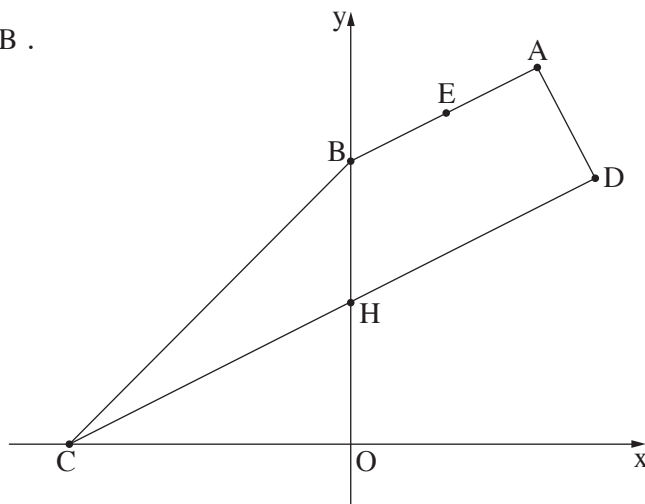
- (*) Найдите величину угла CBO

(O – начало координат).

- (*) (1) Найдите уравнение прямой CD .

- (2) Найдите величину угла CHB .

- (*) Вычислите площадь треугольника CBE .



5. Отрезок AB – диаметр окружности с центром M .

Отрезок CD – касательная к этой окружности в точке A .

Точка B – одна из точек пересечения окружности с осью y , как показано на чертеже.

AM – биссектриса угла CMD .

- (*) Докажите, что треугольник CMD – равнобедренный.

Дано, что уравнение окружности

$$(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 45 \text{ и что координата } y \text{ точки } B \text{ больше } 8.$$

- (*) Найдите координаты точек B и A .

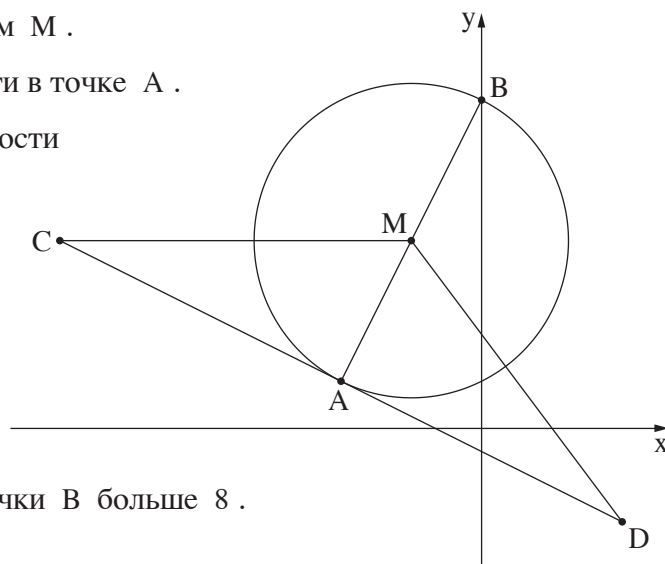
Дано, что отрезок CM параллелен оси x .

- (*) Найдите координаты точки C .

Точка E – середина отрезка CM , а точка F – середина отрезка DM .

- (*) (1) Докажите, что $\triangle CMD \sim \triangle EMF$.

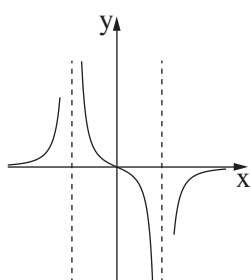
- (2) Вычислите отношение площади треугольника CMD к площади треугольника EMF .



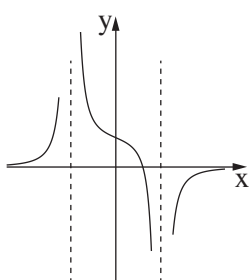
**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих корни**

6. Дана функция $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$.

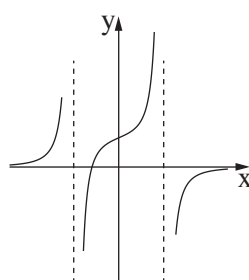
- (*) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (*) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (*) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (*) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (*) Определите, который из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, соответствует производной, $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.
- (*) Для каждого из приведенных ниже высказываний (1)–(2) определите, верно оно или неверно. Обоснуйте свои утверждения.
- (1) В любой точке области $x > 3$ угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ является положительным.
- (2) В любой точке области $x < -3$ угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ является положительным.



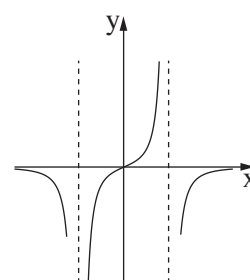
IV



III



II



I

7. Дана функция $f(x) = \sqrt{5 - 2x} + bx$, $b > 0$ – параметр.

Известно, что график функции $f(x)$ пересекает ось x в точке $(-10, 0)$.

(а) Найдите значение b .

Подставьте $b = \frac{1}{2}$ в функцию $f(x)$ и ответьте на пункты (б)–(г).

(б) Найдите область определения функции $f(x)$.

(в) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .

(г) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(д) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для которой выполняется $g'(x) = -f(x)$. Функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют одну и ту же область определения.

(е) Найдите координату x внутренней точки экстремума функции $g(x)$ и определите ее тип.

Обоснуйте свой ответ.

8. Дана функция $f(x) = \frac{48}{x^2} + 1$.

Дана точка A , координаты которой $(0, -2)$.

Точки B и C лежат на графике функции $f(x)$,
как показано на чертеже.

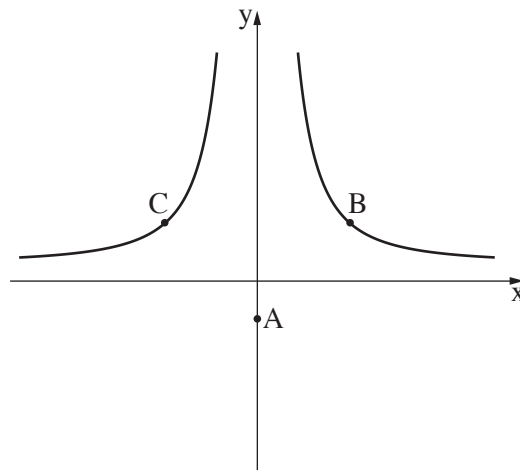
Прямая BC параллельна оси x .

Обозначим как t координату x точки B , $t > 0$.

(а) Выразите с помощью t координаты точек B и C .

(б) Найдите значение t , при котором площадь
треугольника ABC будет минимальной.

(в) Для значения t , найденного вами в пункте (б), найдите периметр треугольника ABC .



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך