

תוכנית חדשה

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 4 часа.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – статистика и теория вероятностей
Раздел второй – геометрия
Раздел третий – дифференциальное и интегральное
исчисление полиномов, рациональных функций и функций,
содержащих корни
Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере
на один вопрос из каждого раздела $5 \times 20 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос;
укажите только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל
פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת
לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;
יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятностей

1. В одной школе прошли соревнования по прыжкам в длину. Результаты участников соревнований распределились согласно нормальному закону [התפלגות נורמלית].

Среднее значение [uzum] длины прыжка составило 4.6 метра.

Длина прыжка 69.2% участников была меньше 4.8 метра.

(א) Найдите среднеквадратичное отклонение [סטטיית הקרן] длины прыжка.

Участники, длина прыжка которых была больше 5.24 метра, получили медали.

(ב) Каков процент участников, получивших медали?

Известно, что 11 участников получили медали.

(ג) Согласно таблице нормального распределения, сколько человек участвовало в соревнованиях по прыжкам в длину?

В школе провели также соревнования по прыжкам в высоту. И на этих соревнованиях результаты, полученные участниками, распределились согласно нормальному закону.

Среднее значение высоты прыжка составило 1.5 метра, а среднеквадратичное отклонение было 0.2 метра.

Алон принял участие в обоих соревнованиях. Его результат в прыжках в длину был 5 метров, а в прыжках в высоту – 1.75 метра.

(ד) На каких соревнованиях – по прыжкам в длину или по прыжкам в высоту – результат Алона позволил ему занять более высокое место по сравнению с другими участниками? Обоснуйте свой ответ.

2. Агент по недвижимости захотел проверить линейную связь между площадью квартир, проданных за последний месяц в определенном районе (переменная x), и ценой, по которой они были проданы (переменная y).

В таблице ниже приведены данные о 5 квартирах, которые проанализировал агент по недвижимости.

Площадь квартиры (m^2) – переменная x	Цена квартиры (миллионы шекелей) – переменная y
80	1
88	1.8
96	2.7
110	3.4
116	4.6

- (א) (1) Найдите среднее значение [ממוצע] площади квартир.
 (2) Найдите среднеквадратичное отклонение [סטיית הרוחב] площади квартир.

Агент по недвижимости вычислил среднее значение и среднеквадратичное отклонение переменной y и обнаружил, что $\bar{y} = 2.7$, $S_y = 1.249$.

- (ב) Найдите коэффициент корреляции [מקדם המתאם] r между двумя данными переменными.
 (ג) Найдите уравнение линии регрессии [ישר הרגרסיה] для предсказания y по x .
 (ד) Согласно линии регрессии, какова прогнозируемая цена квартиры, площадь которой равна $100 m^2$?

Вследствие общего повышения цен цена каждой квартиры увеличилась на 0.2 миллиона шекелей.

- (ה) Для каждого из приведенных ниже показателей (1)–(2) определите: увеличилось, уменьшилось или осталось без изменений его значение. Обоснуйте свой ответ.
 (1) Среднеквадратичное отклонение переменной y .
 (2) Коэффициент корреляции r .

3. Часть учеников одиннадцатых классов в одной школе – мальчики, а остальные – девочки. Часть учеников этой параллели – волонтеры, а остальные – нет.

75% учеников этой параллели – волонтеры.

$\frac{3}{5}$ учеников-волонтеров – это девочки.

Дано: число девочек-волонтеров в 3 раза больше, чем число девочек, не занимающихся волонтерством.

- (א) Какова вероятность выбрать случайным образом девочку-волонтера в этой параллели?
 (ב) Найдите процент мальчиков в этой параллели.

Случайным образом выбирают ученика из этой параллели.

- (ג) Известно, что выбранный ученик – мальчик. Какова вероятность, что он волонтер?

В статье для школьной газеты Дана написала:

"Процент волонтеров среди девочек нашей параллели выше процента волонтеров среди мальчиков нашей параллели".

- 05 (ד) Верно ли утверждение Даны? Обоснуйте свой ответ.

Раздел второй – геометрия

4. На чертеже справа изображен прямоугольный треугольник ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).

Вершина B лежит на оси y .

Даны координаты вершины A : $(-16, 0)$

и уравнение стороны CB : $y = -\frac{2}{5}x + 11$.

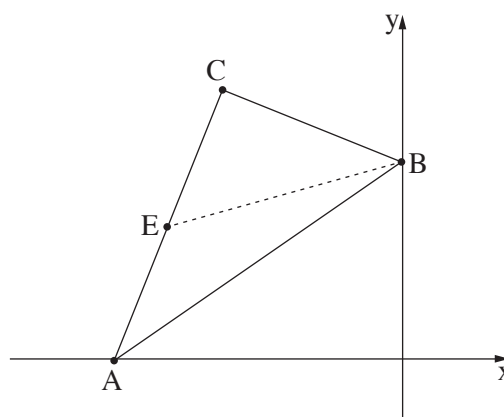
(8) Найдите уравнение стороны AC .

(2) Найдите координаты вершины C .

BE – это медиана к стороне AC .

(3) (1) Найдите длину отрезка EC .

(2) Найдите величину угла CEB .



Точка K лежит на отрезке EB .

Дано: площадь треугольника $AЕК$ равна 18.

(7) Найдите длину отрезка EK .

5. На чертеже ниже изображена окружность с центром M .

Данная окружность пересекает положительную часть оси x в точке A .

Точка B – такая точка на этой окружности, что AB – диаметр окружности.

Через точку B провели касательную к окружности, пересекающую ось x в точке C .

Дано уравнение этой окружности: $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 100$.

(8) Найдите координаты точки A .

(2) Найдите уравнение касательной BC .

(3) Найдите длину стороны AC .

Точка D – такая точка на окружности,

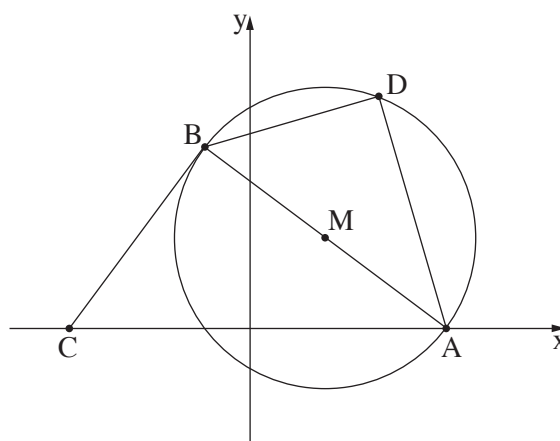
что AB – биссектриса угла DAC .

(7) (1) Объясните, почему $\angle ADB = 90^\circ$.

(2) Докажите: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

(7) Найдите, во сколько раз площадь

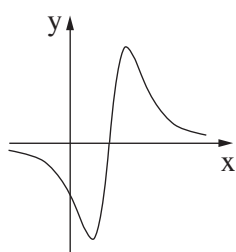
треугольника ABC больше площади треугольника ADB .



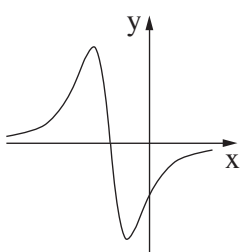
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, определенная для любого x .

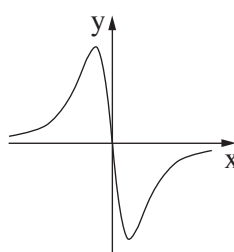
- (א) Найдите уравнение асимптоты графика функции $f(x)$, параллельной оси x .
- (ב) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
(2) Напишите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
- (ג) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ה) (1) Определите, какой из графиков I–IV ниже соответствует производной $f'(x)$.
Обоснуйте свой ответ.
(2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямыми $x = 2$ и $x = -2$.



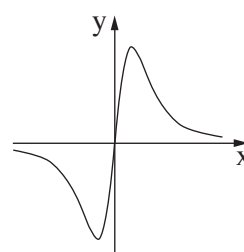
IV



III



II



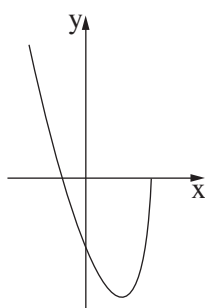
I

7. Дана функция $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.

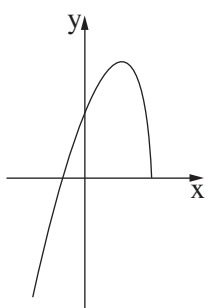
- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x + 6)$, определенная в области $x \leq 9$.

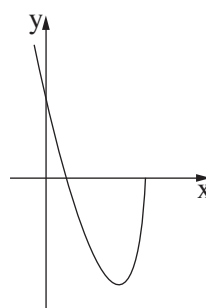
- (ה) (1) Определите, какой из приведенных ниже графиков I–IV соответствует функции $g(x)$.
Обоснуйте свой ответ.
(2) Каковы координаты внутренней точки экстремума функции $g(x)$?



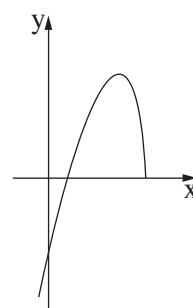
IV



III



II



I

8. На чертеже справа приведен график функции $f(x) = \frac{a}{x-2}$, определенной в области $x \neq 2$.

a – параметр, отличный от 0.

Точка A – это точка пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .

Через точку A провели касательную к графику функции $f(x)$.

Дано: угловой коэффициент данной касательной равен -1.5 .

(κ) Найдите значение a .

Подставьте $a = 6$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (ב)–(ג).

(ב) Найдите уравнение данной касательной.

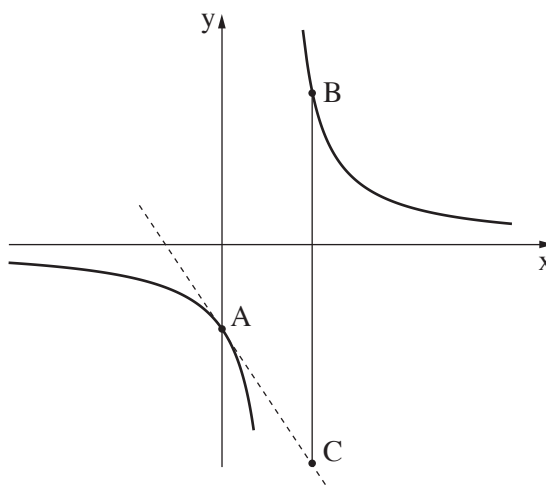
Точка B лежит на графике функции $f(x)$ в области $x > 2$.

Точка C – такая точка на данной касательной, что отрезок BC параллелен оси y .

Обозначим через t координату x точки B .

(ג) (1) Выразите длину отрезка BC при помощи t .

(2) Найдите значение t , при котором длина отрезка BC будет минимальной.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך