

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: зима 2024 года

Номер вопросника: 035471

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024

מספר השאלון: 035471

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

**Обратите внимание:** в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

## מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

### Указания

א. Продолжительность экзамена: 4 часа 15 минут.

ב. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, в которых восемь вопросов.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

Раздел второй – геометрия

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни.

Вы должны ответить на четыре вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела –  $4 \times 25 = 100$  баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. תתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

### הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח הערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה

אחת מכל פרק –  $25 \times 4 = 100$  נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות

התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם

כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

## Вопросы

Ответьте на четыре из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 25 баллов).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

### Раздел первый – статистика и теория вероятности

1. Вес новорожденных в одном городе распределяется согласно нормальному закону [מתפלג נורמלי].

Дано, что средний [ממום] вес новорожденных в этом городе равен 3.4 кг.

96.41% младенцев в этом городе рождаются с весом ниже, чем 5.02 кг.

(א) Найдите среднее квадратичное отклонение [סטיית הרוך] веса новорожденных в этом городе.

Ури родился в этом городе с весом, который был меньше веса 9% новорожденных в этом городе.

(ב) Найдите вес, с которым родился Ури.

Вес меньше 1.5 кг считается очень низким весом для новорожденного.

(ג) (1) Каков процент младенцев, которые рождаются в этом городе с очень низким весом?

(2) В определенном году в этом городе родилось 20 000 младенцев. Согласно таблице нормального распределения, сколько из этих младенцев родилось с очень низким весом?

Шахар родился в другом городе с тем же весом, с которым родился Ури.

Вес новорожденных в городе, в котором родился Шахар, распределяется согласно нормальному закону со средним квадратичным отклонением 0.8.

Вес Шахара при рождении и вес Ури при рождении имеют одну и ту же стандартизированную оценку [ציון תקן].

(ד) Вычислите средний вес новорожденных в городе, в котором родился Шахар.

2. Дан провел исследование. Он проанализировал связь между процентом годового прироста населения в 12 странах (переменная  $x$ ) и процентом детей в возрасте 0–14 лет в тех же странах (переменная  $y$ ).

Дан хотел найти линию регрессии [ישר רגרסיה] для предсказания  $y$  на основании  $x$ . Он вычислил среднее значение [ממוצע] и среднее квадратичное отклонение [סטיית תקן] процента годового прироста населения, а также коэффициент корреляции [מקדם הקורלציה] между двумя переменными, и получил следующие результаты:

$$\bar{x} = 0.465, s_x = 0.683, r = 0.871.$$

Дан определил, что уравнением регрессии является  $y = 11.3x + 16.3$ .

- (\*) (1) Найдите среднее значение процента детей в данных странах (среднее значение переменной  $y$ ).

- (2) Найдите среднее квадратичное отклонение процента детей в данных странах.

Дано, что в одной стране численность населения остается постоянной (нет ежегодного прироста ее населения).

- (\*) Согласно линии регрессии, каков процент детей в этой стране?

Дано, что в другой стране процент ежегодного прироста населения равен 2.

- (\*) Можно ли заключить, что процент детей в этой стране в точности равен 38.9? Обоснуйте свой ответ.

3. Ханан играет в игру, в которой нужно попасть в цель. В этой игре есть только два возможных результата: попадание или промах.

Вероятность того, что Ханан попадет в цель при первой попытке, равна  $\frac{3}{5}$ .

Вероятность того, что Ханан попадет в цель при второй попытке, зависит от результата первой попытки:

если Ханан попал в цель при первой попытке, то вероятность попадания при второй попытке равна  $\frac{2}{3}$ ;

если Ханан промахнулся при первой попытке, то вероятность попадания при второй попытке равна  $\frac{7}{16}$ .

У Ханана есть две попытки поразить цель.

- (\*) Какова вероятность того, что Ханан промахнулся при первой попытке и попал в цель при второй попытке?

- (\*) (1) Какова вероятность того, что Ханан попал в цель по меньшей мере один раз?

- (2) Известно, что Ханан попал в цель по меньшей мере один раз.

Какова вероятность того, что он попал в цель в точности один раз?

У Дани тоже есть две попытки попасть в цель.

Вероятность того, что Дани попал в цель при каждой из этих попыток, равна  $p$ .

Дано, что вероятность того, что Дани попадет в цель в точности один раз, равна вероятности того, что Ханан поразит цель в точности один раз.

- (\*) Найдите  $p$  (оба варианта).

## Раздел второй – геометрия

4. Дана прямоугольная трапеция  $ABCD$  ( $AD \perp AB$ ,  $AB \parallel DC$ ).

Вершины  $A$  и  $B$  расположены на оси  $x$ , как показано на чертеже.

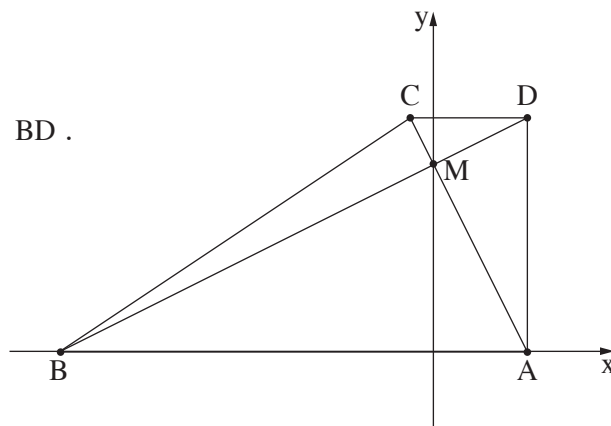
Диагонали трапеции пересекаются в точке  $M$ ,

которая находится на оси  $y$ .

Дано: диагональ  $AC$  перпендикулярна диагонали  $BD$ .

Уравнение прямой  $AC$ :  $y = -2x + 8$ .

- (א) Найдите уравнение прямой  $BD$ .
- (ב) Найдите координаты вершин  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .
- (ג) (1) Вычислите величину угла  $ABD$ .
- (2) Вычислите величину угла  $BCD$ .
- (ד) Найдите площадь треугольника  $BCD$ .



Точка  $F$  – такая точка на продолжении стороны  $CD$ , что площадь треугольника  $BFC$  в 2 раза больше площади треугольника  $BCD$ .

- (ה) Найдите координаты точки  $F$  (найдите один из двух вариантов).

5. Дана окружность, центр  $M$  которой находится на положительной части оси  $y$ . Точка  $O$  является началом координат.

Окружность касается оси  $x$  и пересекает ось  $y$  в точке  $C$ , как показано на чертеже.

Через точку  $D$ , находящуюся на этой окружности,

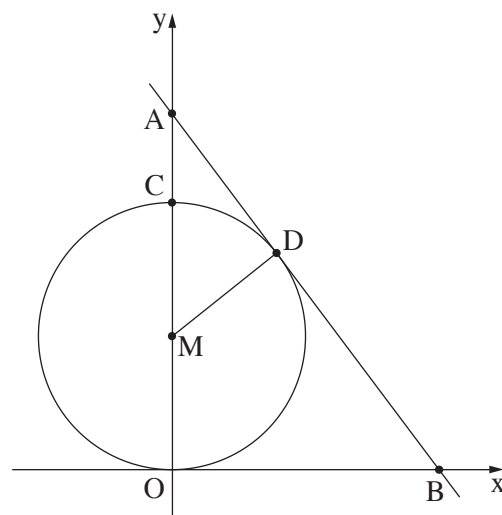
провели касательную к окружности.

Эта касательная пересекает ось  $x$  в точке  $B$

и ось  $y$  в точке  $A$ .

Дано уравнение этой касательной:  $4x + 3y = 40$ .

- (א) Найдите длину отрезка  $AB$ .
- (ב) Докажите, что четырехугольник  $OMDB$  является дельтоидом [דלתא].
- (ג) (1) Докажите:  $\triangle ADM \sim \triangle AOB$ .
- (2) Найдите радиус этой окружности.
- (ד) Найдите уравнение этой окружности.
- (ה) Можно ли вписать дельтоид  $OMDB$  в окружность?



Если да – найдите координаты центра окружности, описанной вокруг этого дельтоида.

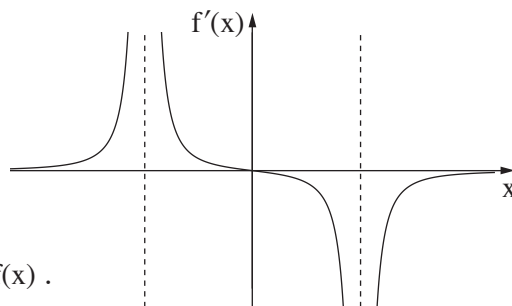
Если нет, объясните почему.

### Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Функция  $f(x)$  определена в области  $x \neq \pm 4$ .

На чертеже справа представлен график производной,  $f'(x)$ , определенной в той же области.

График производной  $f'(x)$  пересекает ось  $x$   
 только в точке  $(0, 0)$ .



(а) Найдите координату  $x$  точки экстремума  
 функции  $f(x)$  и определите ее тип.

(б) Найдите области возрастания и убывания функции  $f(x)$ .

Дано, что у функции  $f(x)$  есть горизонтальная асимптота, уравнение которой  $y = 2$ .

Одно из выражений I–III соответствует функции  $f(x)$ .

I.  $\frac{x^2}{x^2 + 16} + 1$

II.  $\frac{x^2}{x^2 - 16} + 2$

III.  $\frac{x^2}{x^2 - 16} + 1$

(в) Определите, какое из выражений I–III соответствует функции  $f(x)$ . Обоснуйте свое утверждение.

(г) Найдите координаты точек пересечения функции  $f(x)$  с осями координат.

(д) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

(е) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком производной  $f'(x)$ , осью  $x$   
 и прямой  $x = 2$ .

7. Дана функция  $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x + 10}$ .

- (א) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

Дана функция  $g(x) = f(x) - c$ .  $c$  – положительный параметр.

Функции  $f(x)$  и  $g(x)$  определены в одной и той же области.

График функции  $g(x)$  касается прямой  $y = 20$ .

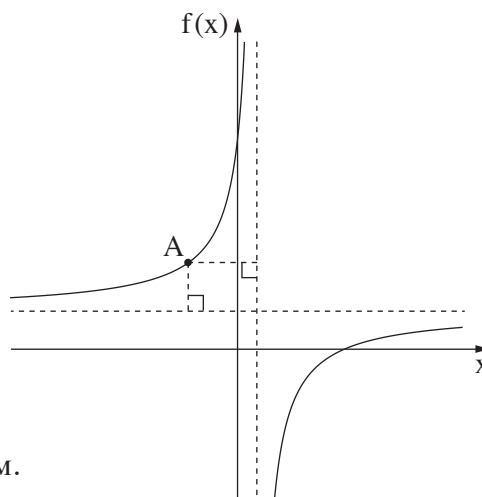
- (ה) Найдите значение  $c$ .

8. Справа приведен график функции  $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$ , определенной для любого  $x \neq 1$ .

- (א) Найдите уравнения асимптот функции  $f(x)$ , перпендикулярных осям координат.

Из точки  $A$ , расположенной на графике функции  $f(x)$  во втором квадранте, провели перпендикуляры к асимптотам функции  $f(x)$  так, что эти асимптоты и эти перпендикуляры образуют прямоугольник.

- (ב) Найдите координаты точки  $A$ , для которой периметр этого прямоугольника будет минимальным.
- (ג) Вычислите площадь этого прямоугольника для координат точки  $A$ , найденных вами в пункте (ב).



**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך