

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- Продолжительность экзамена: 2 часа.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание
Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций
Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела
 $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двухязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

- משך הבחינה: שעתיים.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות,
גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות,
על שאלה אחת לפחות מכל פרק
– $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

Вы должны ответить на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание

1. Книжная ярмарка в одном населенном пункте продолжалась 7 дней.

Каждый день на ярмарке продавали в 2 раза больше книг, чем в предыдущий день.

Известно, что всего за первые три дня ярмарки было продано 420 книг.

(а) Найдите, сколько книг было продано в первый день ярмарки.

Каждая книга на ярмарке продавалась за 50 шекелей.

(б) Найдите суммарный доход от продажи книг за 7 дней ярмарки.

По окончании книжной ярмарки ее организатор решил пожертвовать на нужды благотворительности половину доходов, полученных на ярмарке.

Организатор ярмарки разбил выплату пожертвования на несколько месяцев.

В первом месяце он выплатил 4315 шекелей, в каждом последующем месяце он выплачивал на 315 шекелей больше, чем в предыдущем месяце.

(в) Найдите, на сколько месяцев организатор ярмарки разбил выплату пожертвования.

(г) Найдите общую сумму, которую выплатил организатор ярмарки за два срединных месяца.

2. На чертеже справа изображена прямая призма $ABCD A' B' C' D'$,

основание которой $ABCD$ – параллелограмм.

Точка M – середина ребра $C'D'$,

а для точки P выполняется $\vec{AP} = \frac{3}{4} \vec{AA'}$.

Обозначим: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

(к) Выразите векторы \vec{CM} и \vec{PM}

при помощи \underline{u} , \underline{v} и \underline{w} .

Дано: $|\underline{u}| = 8$, $|\underline{v}| = 10$, $\sphericalangle DAB = 60^\circ$.

(а) Найдите значение каждого из следующих скалярных произведений:

$\underline{u} \cdot \underline{v}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

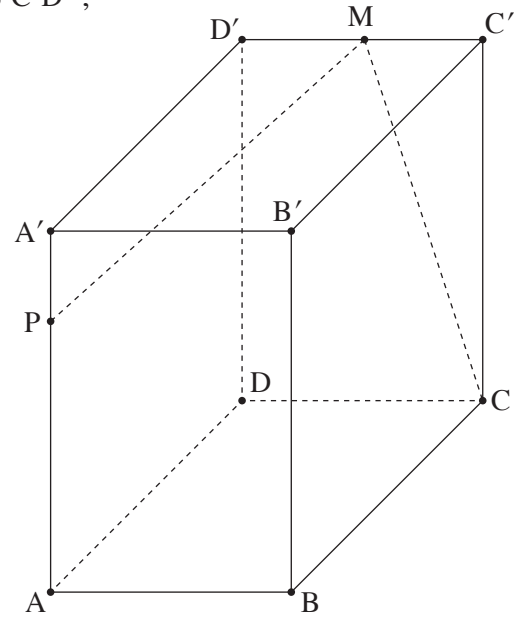
Дано: объем призмы равен $480\sqrt{3}$.

(б) Найдите значение $|\underline{w}|$.

(в) Докажите, что \vec{PM} перпендикулярен \vec{CM} .

(г) (1) Покажите, что $|\vec{PM}| = \sqrt{165}$.

(2) Вычислите площадь треугольника PMS .



3. Яэль приготовила два варенья – клубничное и сливовое.

Она измерила начальную температуру каждого варенья в одно и то же время, а затем сразу же поставила его в холодильник.

Температура варенья измерялась в градусах Цельсия.

Начальная температура клубничного варенья была выше, чем сливового варенья.

Каждую минуту температура каждого варенья понижалась на один и тот же процент (у каждого варенья – свой процент).

Известно, что через некоторое время с момента, когда варенья были поставлены в холодильник, температура сливового варенья стала выше температуры клубничного варенья.

- (к) Был ли процент, на который температура клубничного варенья понижалась в минуту, больше, чем процент, на который понижалась в минуту температура сливового варенья? Обоснуйте свой ответ.

Дано: начальная температура клубничного варенья была 42 градуса, и она понижалась на 4% в минуту.

- (а) Найдите, через какое время с момента, когда варенья поставили в холодильник, температура клубничного варенья была равна 15 градусам.

Через 6 минут с момента, когда варенья поставили в холодильник, температура сливового варенья составила 88% от его начальной температуры.

- (б) Найдите, на сколько процентов в минуту понижалась температура сливового варенья.

Через 10 минут с момента, когда варенья поставили в холодильник, температура сливового варенья составила 31 градус.

- (в) Найдите, через какое время с момента, когда варенья поставили в холодильник, их температура была одинаковой.

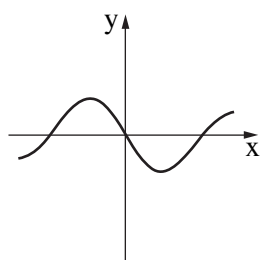
Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций

4. Функция $f(x)$ и ее производная $f'(x)$ определены для любого x .

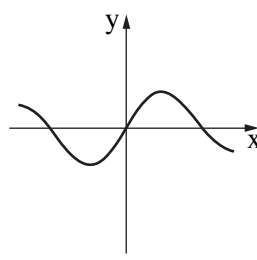
У функции $f(x)$ есть только одна точка минимума и две точки максимума.

Ниже приведены два графика, I и II. Один из них соответствует производной $f'(x)$.

На чертежах каждого из графиков I и II показаны все точки пересечения графика с осью x .



II



I

(ж) Определите, какой из этих графиков соответствует производной $f'(x)$.

Обоснуйте свой ответ.

Дано: $f(x) = \frac{6x^2}{e^{x^2+2}}$.

(з) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

(и) Докажите, что функция $f(x)$ – четная.

(к) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(л) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(м) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$ и осью x .

5. Дана функция $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$, a – параметр, отличный от 0.

(8) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

Известно, что в точке с координатой $x = e^3$ угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)$ равен -8 .

(9) Найдите значение a .

Подставьте $a = 4$ в уравнение функции $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (1)–(2).

(10) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

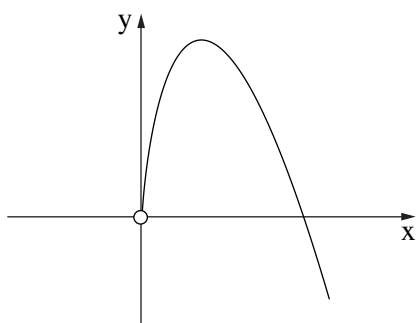
(2) Определите, какой из графиков I–IV в конце этого вопроса соответствует функции $f(x)$.

Обоснуйте свой ответ.

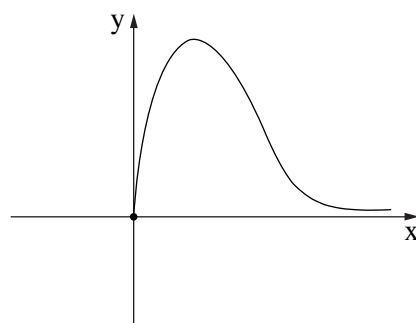
Дана функция $g(x) = -2f(x) + 37$.

(11) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $g(x)$ и определите ее тип.

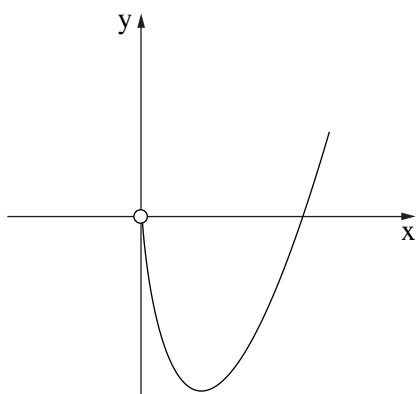
(2) Пересекает ли график функции $f(x)$ график функции $g(x)$? Обоснуйте свой ответ.



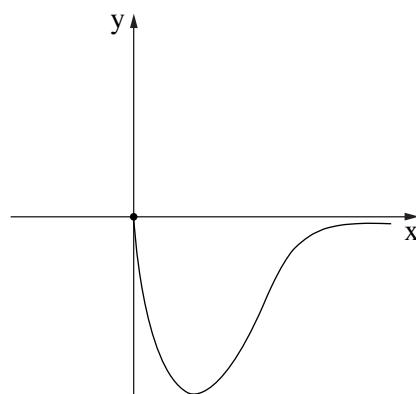
II



I



IV



III

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.