

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

- א. Продолжительность экзамена: 4 часа.
- ב. Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятностей
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни.
Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $5 \times 20 = 100$ баллов.
- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 2. Листы с формулами (прилагаются).
 3. Двухязычный словарь.
- г. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
 2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $5 \times 20 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
 3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятностей

1. Дафна и Яэль отправились в пешую прогулку в одно и то же время и по одному и тому же маршруту. Длина маршрута равна 13.5 км.

Дафна шла с постоянной скоростью без остановок до конца этого маршрута.

Яэль шла в течение одного часа с той же скоростью, с которой шла Дафна, а потом остановилась на полчаса.

После этой остановки Яэль продолжила идти по маршруту со скоростью, которая была на 0.5 км/час больше ее начальной скорости.

Она дошла до конца маршрута через 18 минут после того, как до него дошла Дафна.

- (*) Найдите скорость, с которой шла Дафна.
(*) Найдите скорость, с которой должна была идти Яэль после остановки, чтобы дойти до конца маршрута в то же время, в которое до него дошла Дафна.

2. На чертеже справа приведена окружность с центром M , лежащим на оси x .

Прямая $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ касается этой окружности в точке D .

Дано, что координата y точки D равна 4.

- (*) Найдите уравнение прямой MD .
(*) Найдите уравнение данной окружности.

Точка A – это правая точка пересечения окружности с осью x , как показано на чертеже.

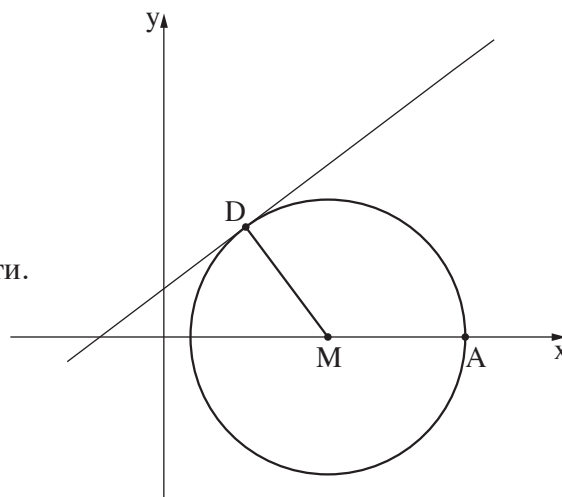
Через точку A провели касательную к окружности.

Касательная к окружности в точке A и касательная к окружности в точке D пересекаются в точке C .

- (*) (1) Найдите координаты точки C .
(2) Найдите периметр четырехугольника $DMAC$.

Вокруг четырехугольника $DMAC$ описали окружность.

- (*) Больше ли радиус окружности, описанной вокруг четырехугольника $DMAC$, радиуса окружности с центром в точке M ? Обоснуйте свой ответ.



3. Часть учеников одиннадцатых классов в одной школе – мальчики, а остальные – девочки.

Часть учеников этой параллели – волонтеры, а остальные – нет.

75% учеников этой параллели – волонтеры.

$\frac{3}{5}$ учеников-волонтеров – это девочки.

Дано: число девочек-волонтеров в 3 раза больше, чем число девочек, не занимающихся волонтерством.

(а) Какова вероятность выбрать случайным образом девочку-волонтера в этой параллели?

(б) Найдите процент мальчиков в этой параллели.

Случайным образом выбирают ученика из этой параллели.

(в) Известно, что выбранный ученик – мальчик. Какова вероятность, что он волонтер?

В статье для школьной газеты Дана написала:

"Процент волонтеров среди девочек нашей параллели выше процента волонтеров среди мальчиков нашей параллели".

(г) Верно ли утверждение Даны? Обоснуйте свой ответ.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Четырехугольник ABCD вписан в окружность.

Точка F – такая точка на продолжении стороны AD ,
 что CF является касательной к окружности.

Дано: хорда AC – биссектриса угла BAD (смотрите чертеж).

(8) Докажите, что $\angle ABC = \angle CDF$.

(2) (1) Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle CDF$.

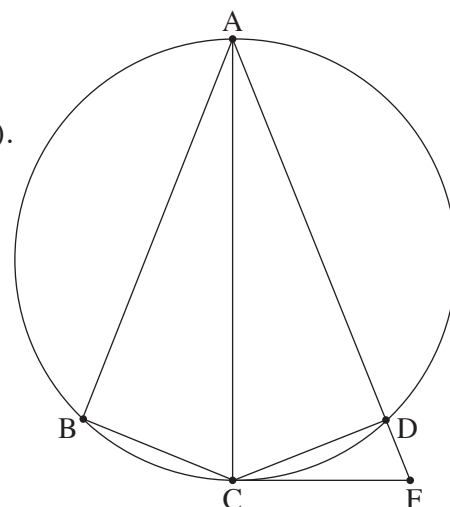
(2) Докажите, что $(BC)^2 = AB \cdot DF$.

Дано: площадь треугольника ABC в 6.25 раза больше
 площади треугольника CDF ,
 $DF = 4$.

(3) Найдите длины отрезков AB и BC.

Дано: $\angle CDF = 90^\circ$.

(7) Найдите длину радиуса окружности.



5. На чертеже справа представлен треугольник ABC.

Точка E лежит на стороне AC.

Дано: $AB = 12$, $AC = 20$, $BC = 25$.

(8) Найдите величину угла BAC.

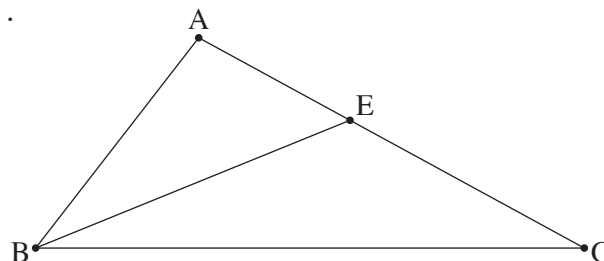
Дано: длина отрезка AE равна радиусу
 окружности, описанной вокруг треугольника ABE.

(2) Найдите величину угла ABE.

(3) Найдите длину отрезка EC.

Точка K – такая точка на стороне BC, что площадь треугольника ECK равна 32.

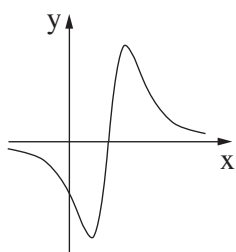
(7) Найдите длину отрезка CK.



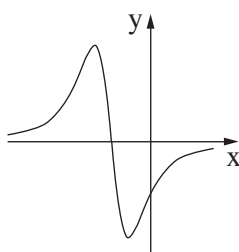
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, определенная для любого x .

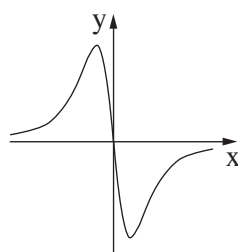
- (א) Найдите уравнение асимптоты графика функции $f(x)$, параллельной оси x .
- (ב) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
 (2) Напишите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
- (ג) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ה) (1) Определите, какой из графиков I–IV ниже соответствует производной $f'(x)$.
 Обоснуйте свой ответ.
 (2) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$, осью x и прямыми $x = 2$ и $x = -2$.



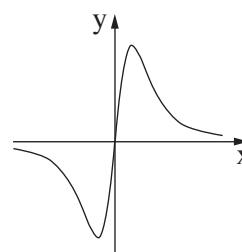
IV



III



II



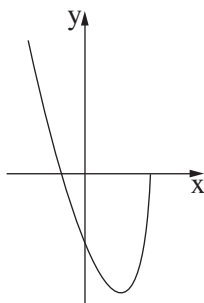
I

7. Дана функция $f(x) = (3x - 9) \cdot \sqrt{15 - x}$.

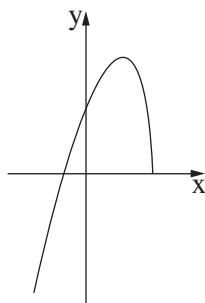
- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f(x + 6)$, определенная в области $x \leq 9$.

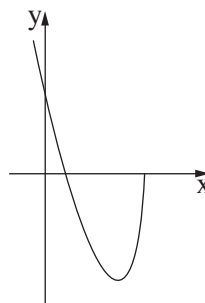
- (ה) (1) Определите, какой из приведенных ниже графиков I–IV соответствует функции $g(x)$.
 Обоснуйте свой ответ.
 (2) Каковы координаты внутренней точки экстремума функции $g(x)$?



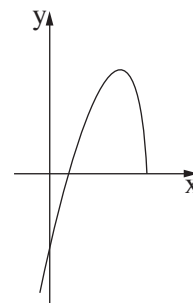
IV



III



II



I

8. На чертеже справа приведен график функции $f(x) = \frac{a}{x-2}$, определенной в области $x \neq 2$.

a – параметр, отличный от 0.

Точка A – это точка пересечения графика функции $f(x)$ с осью y .

Через точку A провели касательную к графику функции $f(x)$.

Дано: угловой коэффициент данной касательной равен -1.5 .

(а) Найдите значение a .

Подставьте $a = 6$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (б)–(г).

(б) Найдите уравнение данной касательной.

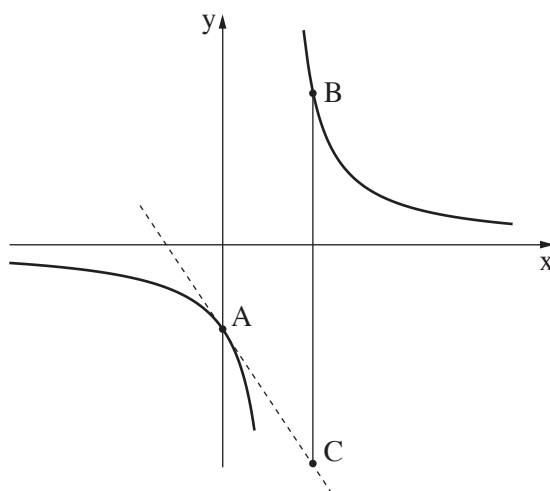
Точка B лежит на графике функции $f(x)$ в области $x > 2$.

Точка C – такая точка на данной касательной, что отрезок BC параллелен оси y .

Обозначим через t координату x точки B .

(г) (1) Выразите длину отрезка BC при помощи t .

(2) Найдите значение t , при котором длина отрезка BC будет минимальной.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך