

**Обратите внимание:** в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

## Математика

### 4 единицы обучения – первый вопросник

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### Указания

- а. Продолжительность экзамена: 4 часа.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:  
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.  
Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятности  
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости  
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни  
Следует ответить на пять вопросов, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела –  $5 \times 20 = 100$  баллов.

- в. Разрешенный вспомогательный материал:
1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
  2. Листы с формулами (прилагаются).
  3. Двухязычный словарь.

- г. Особые указания:
1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
  2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.  
כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

#### הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.  
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות  
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור  
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש  
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק –  $20 \times 5 = 100$  נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  2. דפי נוסחאות (מצורפים).
  3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

#### ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

## Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

### Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия и теория вероятности

1. Расстояние между поселком А и поселком В равно 28 км.

В воскресенье Ноа ехала на велосипеде из поселка А в поселок В с постоянной скоростью, а Йорам шел с постоянной скоростью из поселка В в поселок А.

Они отправились в путь одновременно и встретились через один час 10 минут.

Дано, что в этот день Йорам дошел до середины пути через 4 часа после того, как до середины пути доехала Ноа.

(\*) Найдите скорость, с которой ехала Ноа, и скорость, с которой шел Йорам.

В понедельник Ноа также ехала на велосипеде из поселка А в сторону поселка В с той же скоростью, с которой она ехала в воскресенье, а Йорам шел из поселка В в сторону поселка А с той же скоростью, с которой он шел в воскресенье.

В этот день Ноа выехала в 8:00, а Йорам вышел на 16 минут позже.

(\*) Найдите, в котором часу Йорам и Ноа встретились в понедельник.

2. Треугольник АВЕ вписан в окружность с центром М.

АВ – диаметр этой окружности (смотрите чертеж).

Дано:  $M(1, 1)$ ,  $B(1, -4)$ .

(\*) Найдите координаты вершины А.

Продолжение стороны ВЕ пересекает положительную часть оси  $x$  в точке С.

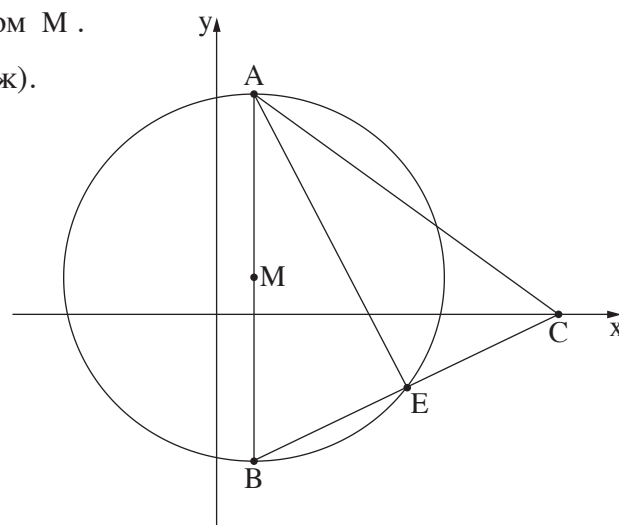
Дано:  $AB = AC$ .

(\*) Найдите координаты точки С.

(\*) Найдите уравнение прямой АЕ.

Через точку М провели прямую, параллельную оси  $x$  и пересекающую сторону АЕ в точке D.

(\*) Найдите площадь четырехугольника MDEB.



3. В одиннадцатых классах одной школы учатся мальчики и девочки. У некоторых из них есть водительские права, а у остальных – нет.

25% учеников этой параллели – мальчики, у которых нет водительских прав.

У  $\frac{1}{3}$  мальчиков этой параллели есть водительские права.

(א) Найдите процент мальчиков в этой параллели.

Вероятность случайным образом выбрать в этой параллели мальчика, у которого есть водительские права, равна вероятности случайным образом выбрать в этой параллели девочку, у которой есть водительские права.

(ב) Известно, что в этой параллели случайным образом выбран ученик (мальчик или девочка), у которого нет водительских прав. Какова вероятность, что выбранным учеником был мальчик?

В этой параллели 69 мальчиков.

(ג) Найдите, сколько всего учеников в этой параллели.

В этой параллели появилось 26 новых учеников (мальчиков и девочек).

Случайным образом выбирают двух учеников из параллели одного за другим (без возвращения).

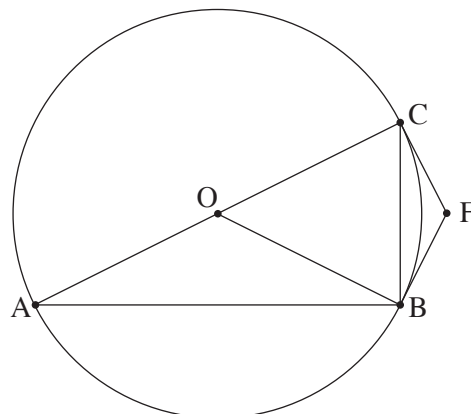
Вероятность того, что оба выбранных ученика – мальчики, равна  $\frac{10}{77}$ .

(ד) Найдите, сколько новых мальчиков появилось в параллели.

## Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Дана окружность с центром  $O$ . Треугольник  $ABC$  вписан в окружность таким образом, что  $AC$  – диаметр этой окружности.

Из точек  $B$  и  $C$  к этой окружности провели касательные, которые пересекаются в точке  $F$  (смотрите чертеж).



(א) Докажите, что четырехугольник  $OCFB$  является дельтоидом [דלתון].

(ב) Докажите, что  $\angle CAB = \angle COF$ .

(ג) Докажите, что  $\triangle AOB \sim \triangle CFB$ .

Дано, что площадь треугольника  $AOB$  в 4 раза больше площади треугольника  $CFB$ .

Точка  $E$  – точка пересечения диагоналей дельтоида  $OCFB$ .

(ד) Докажите, что  $CB = OE$ .

5. Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Точка  $D$  – такая точка внутри треугольника  $ABC$ , что  $\angle BDC = 120^\circ$  (смотрите чертеж).

Дано:  $DB = 6$ ,  $DC = 8$ .

(א) Найдите длину стороны  $BC$ .

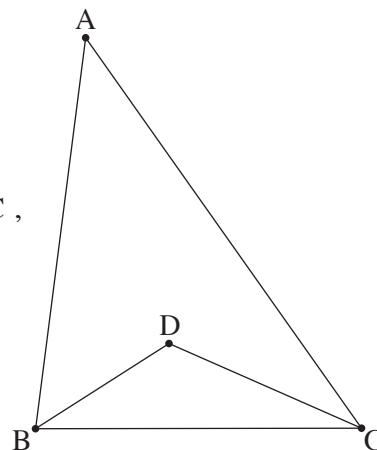
Дано: радиус окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ , в 1.3 раза больше радиуса окружности, описанной вокруг треугольника  $DBC$ .

(ב) Найдите величину угла  $BAC$ .

Дано:  $AB = 15$ .

(ג) Найдите длину стороны  $AC$ .

(ד) Вычислите площадь четырехугольника  $BACD$ .



### Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция  $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$ .  $a$  – параметр,  $a \neq 0$ .

(א) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .

(2) Найдите уравнения асимптот функции  $f(x)$ , перпендикулярных осям координат (если таковые существуют).

Дано, что график функции  $f(x)$  проходит через точку  $(2, 7.5)$ .

(ב) Найдите значение  $a$ .

Подставьте  $a = 9$  и ответьте на вопросы пунктов (ג)–(ה).

(ג) Найдите координаты точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.

(ד) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

$g(x)$  – это функция, область определения которой совпадает с областью определения функции  $f(x)$ .

Для производной функции  $g(x)$  выполняется:  $g'(x) = f(x) - 11$ .

(ה) (1) Начертите схематический график производной  $g'(x)$ .

(2) Найдите координаты  $x$  точек экстремума функции  $g(x)$  и определите их тип.

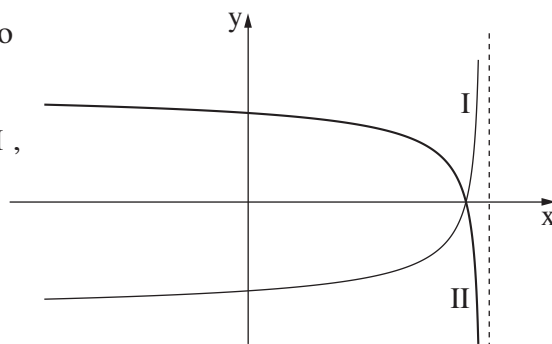
7. Функция  $f(x)$  определена в области  $x \leq 2$ ,

а ее производная  $f'(x)$  определена в области  $x < 2$ .

У функции  $f(x)$  есть только одна точка внутреннего экстремума, точка максимума.

На чертеже справа изображены два графика, I и II, один из них соответствует производной  $f'(x)$ .

(א) Определите, какой из графиков соответствует производной  $f'(x)$ , и обоснуйте свой ответ.



Дано:  $f(x) = 4x + 2\sqrt{8 - 4x}$ .

(ב) Найдите координаты всех точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.

График функции  $f(x)$  пересекает ось  $x$  только в одной точке в отрицательной части оси  $x$ .

(ג) Найдите координаты точки пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $x$ .

(ד) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

Дана функция  $g(x) = -3 \cdot f'(x)$ .

(ה) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $g(x)$ , осью  $x$  и осью  $y$ .

8. Справа приведен график функции  $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$ .

Точка А лежит на графике функции  $f(x)$  в первом квадранте.

Точка С – такая точка на оси  $x$ , что отрезок АС параллелен оси  $y$ .

Точка В – точка пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $x$ .

(8) (1) Найдите область определения функции  $f(x)$ .

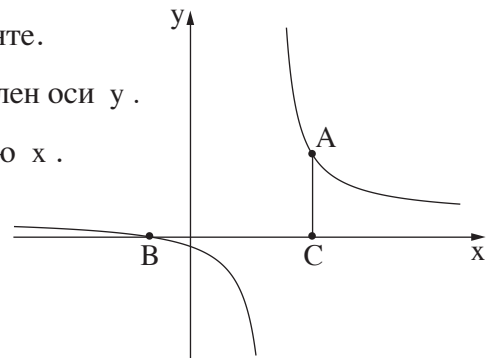
(2) Найдите уравнения асимптот функции  $f(x)$ ,

перпендикулярных осям координат.

(2) Найдите координаты точки В.

(3) (1) Найдите координаты точки А, при которых площадь треугольника ABC будет минимальной.

(2) Найдите минимальную площадь треугольника ABC.



**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך