

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, функции степени
Следует ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

- Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
- Листы с формулами (прилагаются).
- Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

- Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
- Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

- משך הבחינה: שתיים ורבע.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- דפי נוסחאות (מצורפים).
- מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. Дана геометрическая прогрессия A , знаменатель которой q и в которой 10 членов. Шестой член этой прогрессии равен второму ее члену, умноженному на 81.

(⌘) Найдите два значения q .

Дано, что сумма двух членов, находящихся в середине прогрессии A , равна 1944 и что все ее члены являются положительными.

(⌘) Найдите первый член прогрессии.

Дана арифметическая прогрессия B . Сумма прогрессии A в 11 раз больше суммы прогрессии B .

(⌘) Найдите сумму прогрессии B .

В прогрессии B есть 33 члена.

Дано, что второй член прогрессии B больше ее разности в 46 раз.

(⌘) Найдите разность прогрессии B .

Тригонометрия в пространстве

2. На чертеже справа изображена пирамида $SABCD$, боковые ребра которой равны [ישרה], а ее основание $ABCD$ – прямоугольник.

Дано, что длина бокового ребра пирамиды в 1.25 раза больше длины высоты пирамиды SO .

(⌘) Вычислите величину угла между боковым ребром пирамиды и ее основанием.

Дано, что площадь треугольника SOC равна 54, а длина ребра AB равна длине высоты пирамиды.

(⌘) (1) Найдите длину SO .

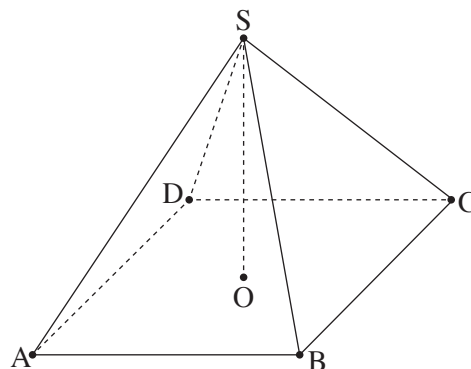
(2) Вычислите объем пирамиды $SABCD$.

Точка P – такая точка на высоте пирамиды, что отрезок CP – биссектриса угла OCS .

(⌘) Вычислите длину отрезка PO .

Из точки P провели отрезки к вершинам A , B и D таким образом, что образовалась треугольная пирамида $PABD$, боковые ребра которой равны [ישרה].

(⌘) Найдите, во сколько раз объем пирамиды $SABCD$ больше объема пирамиды $PABD$.



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, функции степени**

3. Дана функция $f(x) = 3 \cos(2x) - a$, a – параметр.

Функция $f(x)$ определена в области $-\pi \leq x \leq \pi$.

- (**⌘**) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

При необходимости выразите свои ответы при помощи a .

Дано, что все точки минимума функции $f(x)$ лежат на прямой $y = a - 11$.

- (**⌘**) Найдите значение a .

Подставьте $a = 4$ в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (**⌘**)–(**⌘**).

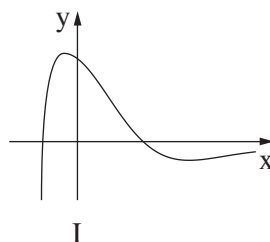
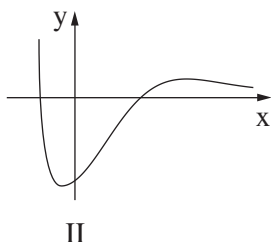
- (**⌘**) Начертите схематический график функции $f(x)$.

- (**⌘**) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x)$ и прямой $y = a - 11$ в области $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

4. Функция $f(x)$ и ее производная $f'(x)$ определены для любого x .

У функции $f(x)$ есть только одна точка максимума, и ее координата x – положительная.

Ниже приведены два графика, I и II. Один из них соответствует производной, $f'(x)$.



- (**⌘**) Определите, какой из этих графиков соответствует производной, $f'(x)$.

Обоснуйте свой ответ.

Дано: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$.

- (**⌘**) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

- (2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

- (**⌘**) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$, определенная для любого x .

- (**⌘**) (1) Объясните, почему функция $g(x)$ является положительной для любого x .

- (2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с графиком функции $g(x)$.

Через каждую из точек, которые вы нашли в пункте (**⌘**), провели перпендикуляр к оси x .

- (**⌘**) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $g(x)$, осью x и этими перпендикулярами.

5. Дана функция $f(x) = \frac{12x}{(\ln x)^2}$.

(8) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной оси x .

(3) Есть ли у графика функции $f(x)$ точки пересечения с осями координат? Обоснуйте свой ответ.

(2) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(2) Найдите области возрастания функции $f(x)$.

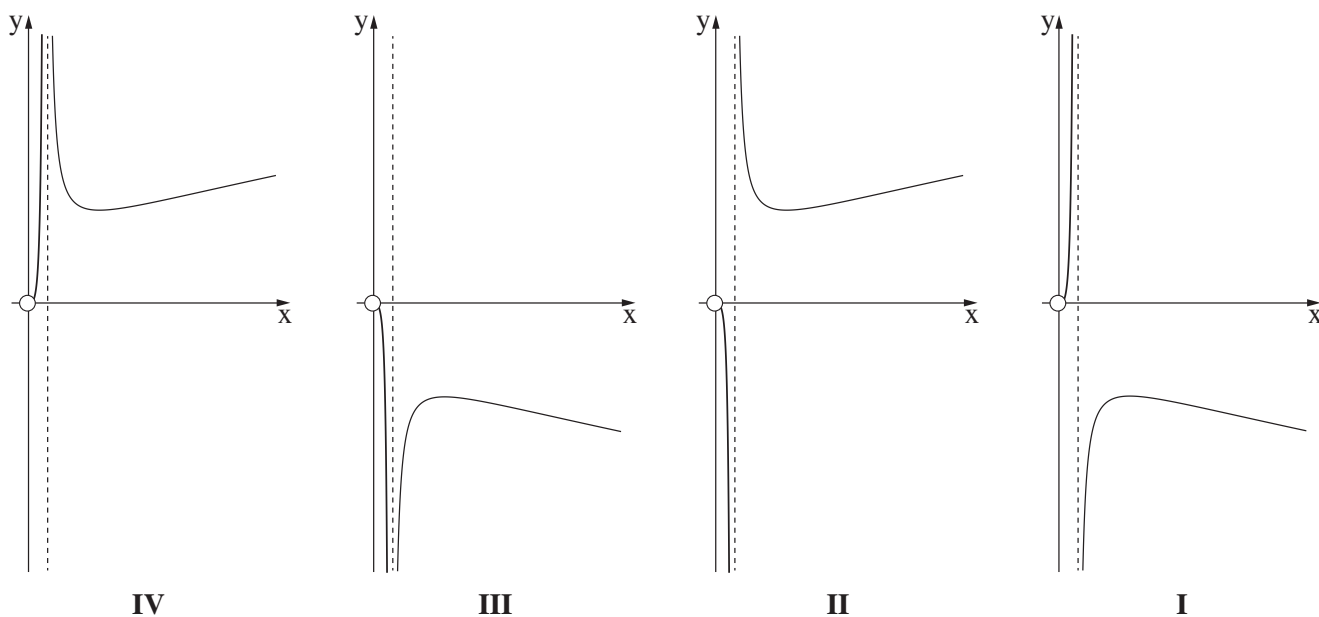
(3) Определите, какой из графиков I–IV в конце этого вопроса соответствует функции $f(x)$.

$g(x)$ – функция, область определения которой совпадает с областью определения функции $f(x)$.

Для производной функции $g(x)$ выполняется: $g'(x) = f(x) - c$, c – параметр.

(7) (1) Для $c = 4$ найдите, сколько точек экстремума есть у функции $g(x)$, и определите их тип (если таковые существуют). Обоснуйте свой ответ.

(2) Укажите какое-либо значение c , для которого у функции $g(x)$ есть три точки экстремума. Обоснуйте свой ответ.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.