

תוכנית חדשה

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 4 часа.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – статистика и теория вероятности
Раздел второй – геометрия
Раздел третий – дифференциальное и интегральное
исчисление полиномов, рациональных функций и функций,
содержащих корни
Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере
на один вопрос из каждого раздела $5 \times 20 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос;
укажите только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל
פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה
אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;
יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

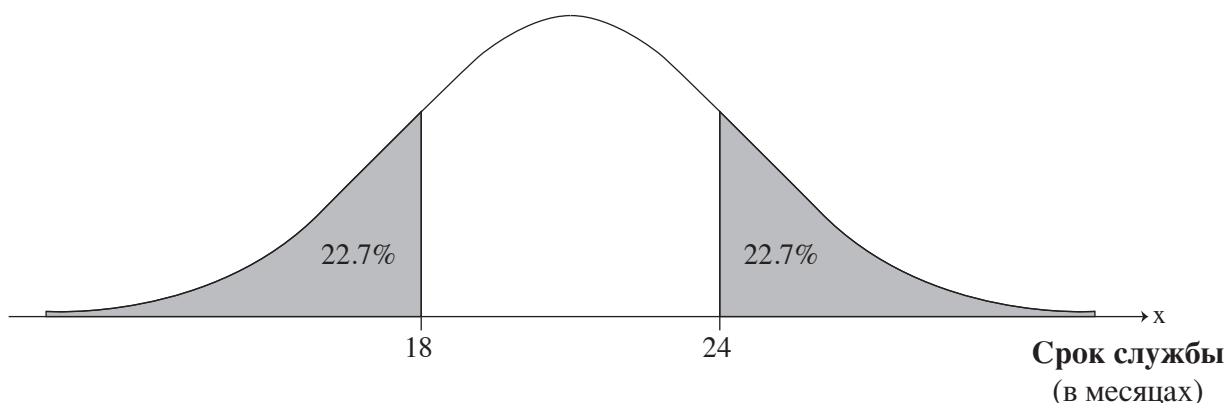
Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

1. Срок службы телефонов, произведенных на одном заводе, распределяется согласно нормальному закону [מתפלג נורמלי].

Ниже приведен график нормального распределения срока службы телефонов, и на нем часть данных о сроке их службы (в месяцах).



- (א) Найдите среднее значение [מומ] срока службы телефона, а также среднее квадратичное отклонение [סטיית התקן].

3.5% телефонов – те, срок службы которых самый короткий, – считаются бракованными.

- (ב) Каков наибольший срок службы телефона, который считается бракованным?

В некоторый месяц на заводе произвели 2000 телефонов.

- (ג) Согласно графику нормального распределения, сколько из телефонов, произведенных в этом месяце, имели срок службы больше 26 месяцев?

Инженерам удалось увеличить в 1.5 раза срок службы всех телефонов, производимых на этом заводе.

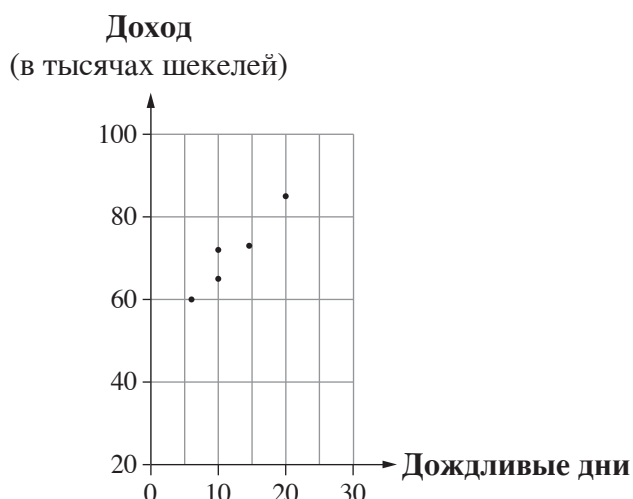
- (ד) (1) Каково новое среднее значение срока службы телефонов и каково новое среднее квадратичное отклонение после этого увеличения?
(2) Найдите процент телефонов, срок службы которых меньше 18 месяцев после этого увеличения.

2. Заведующая аптекой κ в одном городе в течение 5 месяцев анализировала связь между числом дождливых дней в месяце (переменная x) и доходом аптеки в том же месяце (переменная y). В таблице ниже приведены данные, собранные заведующей.

Месяц	Дождливые дни (переменная x)	Доход (в тысячах шекелей) (переменная y)
ноябрь	6	60
декабрь	10	72
январь	20	85
февраль	14	73
март	10	65

- (א) Найдите среднее число [ממוצע] дождливых дней в месяце и среднее квадратичное отклонение [סטיית התקן].

Ниже приведена диаграмма распределения, показывающая y в зависимости от x .



Средний доход в месяц (в тысячах шекелей) аптеки κ равен 71, а среднее квадратичное отклонение составляет 8.46.

Одно из чисел: 0.959, 1, -0.959, является коэффициентом корреляции [מקדם המתאם] r .

- (ב) Определите, которое из этих чисел – коэффициент корреляции r , и обоснуйте свой ответ.
- (ג) (1) Найдите угловой коэффициент линии регрессии [ישר רגרסיה] для предсказания y в зависимости от x .
- (2) Найдите уравнение линии регрессии для предсказания y в зависимости от x .
- (ד) Согласно линии регрессии, какой доход ожидается в месяце, в котором число дождливых дней будет 15?

Заведующая аптекой λ в том же городе также анализировала в течение этих 5 месяцев связь между числом дождливых дней в месяце и месячным доходом аптеки.

Она обнаружила, что каждый месяц доход аптеки λ был на 20 тысяч шекелей меньше, чем доход аптеки κ .

- (ה) Напишите уравнение линии регрессии для предсказания месячного дохода (в тысячах шекелей) аптеки λ на основании числа дождливых дней в месяце.

3. В одиннадцатых классах одной школы учатся мальчики и девочки. У некоторых из них есть водительские права, а у остальных – нет.

25% учеников этой параллели – мальчики, у которых нет водительских прав.

У $\frac{1}{3}$ мальчиков этой параллели есть водительские права.

(ж) Найдите процент мальчиков в этой параллели.

Вероятность случайным образом выбрать в этой параллели мальчика, у которого есть водительские права, равна вероятности случайным образом выбрать в этой параллели девочку, у которой есть водительские права.

(з) Известно, что в этой параллели случайным образом выбран ученик (мальчик или девочка), у которого нет водительских прав. Какова вероятность, что выбранным учеником был мальчик?

В этой параллели 69 мальчиков.

(и) Найдите, сколько всего учеников в этой параллели.

В этой параллели появилось 26 новых учеников (мальчиков и девочек).

Случайным образом выбирают двух учеников из параллели одного за другим (без возвращения).

Вероятность того, что оба выбранных ученика – мальчики, равна $\frac{10}{77}$.

(л) Найдите, сколько новых мальчиков появилось в параллели.

Раздел второй – геометрия

4. ABC – это прямоугольный треугольник ($\angle ABC = 90^\circ$).

Сторона AB пересекает ось y в точке P .

Дано: прямая CP параллельна оси x .

Точка E – такая точка на прямой CP ,
 что AE параллелен оси y (смотрите чертеж).

(а) Докажите, что $\triangle AEP \sim \triangle CBP$.

Дано: коэффициент подобия между треугольником AEP
 и треугольником CBP равен $\frac{3}{5}$, $CP = 12.5$.

(б) Найдите длину отрезка AP .

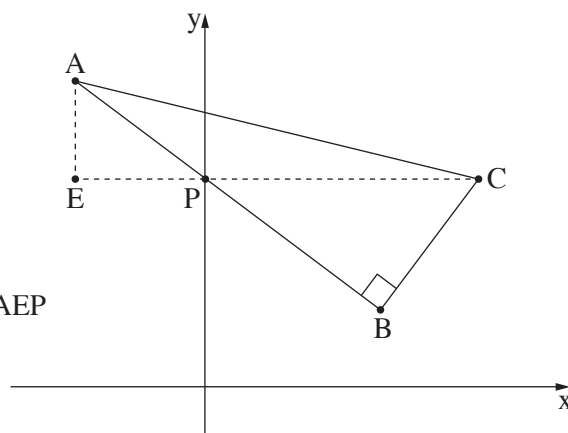
Дано: $A(-6, 14)$, координата y точки P меньше 14.

(в) Найдите координаты точек P и C .

(г) (1) Найдите уравнение стороны AB .

(2) Найдите координаты вершины B .

(3) Найдите площадь четырехгольника $AECB$.



5. Треугольник ABC вписан в окружность с центром M , как показано на чертеже.

Дано: $M(-5, 0)$, $C(-15, 0)$.

(а) Найдите уравнение окружности.

Дано уравнение стороны AB : $y = 2x$.

(б) Найдите координаты вершин A и B .

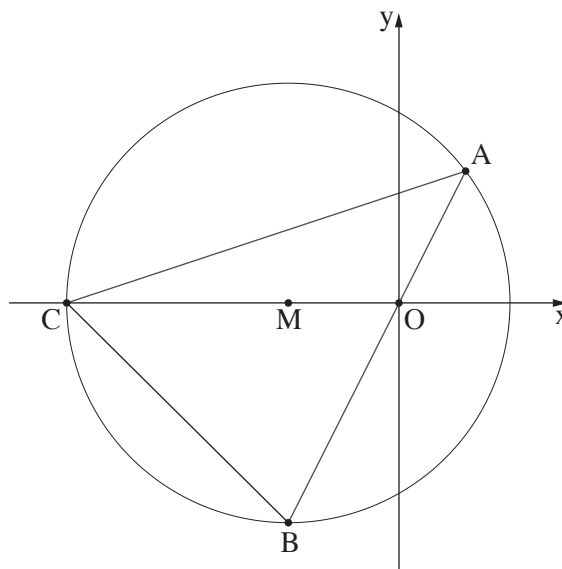
Точка O – начало координат.

(в) Найдите величину угла ACO и величину
 угла AOC .

(г) Найдите площадь треугольника ABC .

Точка E – такая точка на стороне AC , что
 площадь треугольника EAB равна 64.

(д) Найдите длину отрезка AE .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$. a – параметр, $a \neq 0$.

(א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат (если таковые существуют).

Дано, что график функции $f(x)$ проходит через точку $(2, 7.5)$.

(ב) Найдите значение a .

Подставьте $a = 9$ и ответьте на вопросы пунктов (ג)–(ה).

(ג) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

(ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

$g(x)$ – это функция, область определения которой совпадает с областью определения функции $f(x)$.

Для производной функции $g(x)$ выполняется: $g'(x) = f(x) - 11$.

(ה) (1) Начертите схематический график производной $g'(x)$.

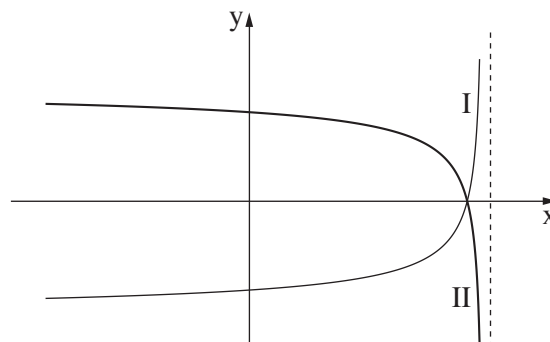
(2) Найдите координаты x точек экстремума функции $g(x)$ и определите их тип.

7. Функция $f(x)$ определена в области $x \leq 2$,

а ее производная $f'(x)$ определена в области $x < 2$.

У функции $f(x)$ есть только одна точка внутреннего экстремума, точка максимума.

На чертеже справа изображены два графика, I и II, один из них соответствует производной $f'(x)$.



(א) Определите, какой из графиков соответствует производной $f'(x)$, и обоснуйте свой ответ.

Дано: $f(x) = 4x + 2\sqrt{8 - 4x}$.

(ב) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

График функции $f(x)$ пересекает ось x только в одной точке в отрицательной части оси x .

(ג) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

(ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

(ה) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $g(x)$, осью x и осью y .

8. Справа приведен график функции $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$.

Точка А лежит на графике функции $f(x)$ в первом квадранте.

Точка С – такая точка на оси x , что отрезок АС параллелен оси y .

Точка В – точка пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

(א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

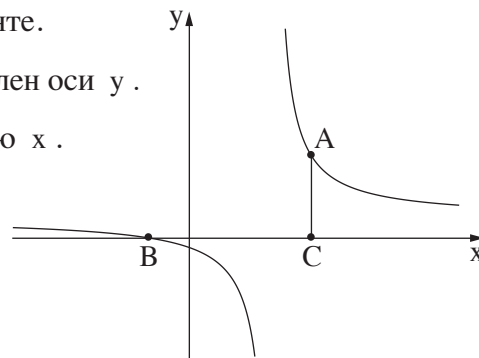
(2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$,

перпендикулярных осям координат.

(ב) Найдите координаты точки В.

(ג) (1) Найдите координаты точки А, при которых площадь треугольника АВС будет минимальной.

(2) Найдите минимальную площадь треугольника АВС.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך