

תוכנית חדשה

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- א. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.
- ב. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание
Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций
Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות,
גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה
אחת מכל פרק – $33\frac{1}{3} \times 3 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
 3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Вы должны ответить на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, геометрия в пространстве, рост и затухание

1. Дана геометрическая прогрессия A , знаменатель которой q и в которой 10 членов.

Шестой член этой прогрессии равен второму ее члену, умноженному на 81.

(∞) Найдите два значения q .

Дано, что сумма двух членов, находящихся в середине прогрессии A , равна 1944 и что все ее члены являются положительными.

(Δ) Найдите первый член прогрессии.

Дана арифметическая прогрессия B . Сумма прогрессии A в 11 раз больше суммы прогрессии B .

(λ) Найдите сумму прогрессии B .

В прогрессии B есть 33 члена.

Дано, что второй член прогрессии B больше ее разности в 46 раз.

(τ) Найдите разность прогрессии B .

2. На чертеже справа изображен прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$.

Точка M – точка пересечения диагоналей грани $BCC' B'$.

Точка P – такая точка на ребре DD' , что выполняется

$$\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DD'}.$$

Обозначим: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.

(∞) Выразите векторы $\overrightarrow{AP}$ и $\overrightarrow{MP}$ при помощи $\underline{u}$, $\underline{v}$ и $\underline{w}$.

Дано: $|\underline{v}| = 6$, $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 18$.

(Δ) (1) Докажите: вектор $\overrightarrow{AP}$ перпендикулярен вектору $\overrightarrow{MP}$.

(2) Вычислите площадь треугольника APM .

Дано: $D(0, 0, 0)$,

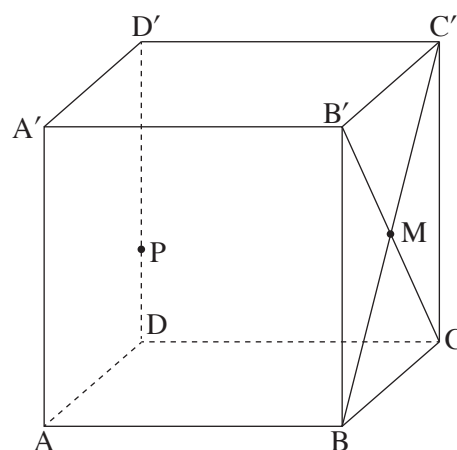
вершина A расположена в положительной части оси x ,

вершина C расположена в положительной части оси y , вершина D' расположена в положительной части оси z .

(λ) (1) Найдите координаты вершин C , B , C' .

(2) Найдите координаты точки M .

(τ) Вычислите величину угла PMB .



3. Амир приобрел надувной круг и матрас для плавания.

В день покупки объем надувного круга был 4900 см^3 , а объем матраса для плавания был 9800 см^3 .

Из-за утечки воздуха объем круга и объем матраса уменьшались на постоянный процент каждый день (каждый из них на разный процент).

Через 7 дней со дня покупки объем круга сравнился с объемом матраса.

(а) Определите для каждого из утверждений I–II, верно оно или неверно.

I. Через 6 дней со дня покупки объем круга был больше объема матраса.

II. Через 8 дней со дня покупки объем круга был больше объема матраса.

Дано: объем круга уменьшался каждый день на 4% .

(б) Найдите процент, на который каждый день уменьшался объем матраса.

Через t дней со дня покупки объем матраса составил $\frac{1}{3}$ от объема круга.

(в) Найдите значение t .

Через несколько недель Амир решил накачать матрас.

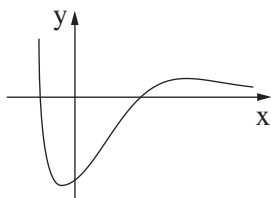
При накачивании объем матраса увеличивался каждую минуту на 23% .

По окончании накачивания объем матраса был в 7.5 раз больше его объема перед накачиванием.

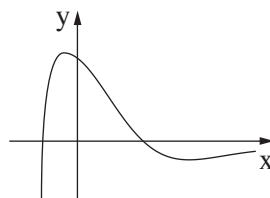
(г) Найдите число минут, в течение которых Амир накачивал матрас.

Раздел второй – дифференциальное и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций

4. Функция $f(x)$ и ее производная $f'(x)$ определены для любого x .
 У функции $f(x)$ есть только одна точка максимума, и ее координата x – положительная.
 Ниже приведены два графика, I и II. Один из них соответствует производной, $f'(x)$.



II



I

- (*) Определите, какой из этих графиков соответствует производной, $f'(x)$.
 Обоснуйте свой ответ.

Дано: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$.

- (*) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
 (2) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
 (*) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$, определенная для любого x .

- (*) (1) Объясните, почему функция $g(x)$ является положительной для любого x .
 (2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с графиком функции $g(x)$.

Через каждую из точек, которые вы нашли в пункте (1), провели перпендикуляр к оси x .

- (*) Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $g(x)$, осью x и этими перпендикулярами.

5. Дана функция $f(x) = \frac{12x}{(\ln x)^2}$.

(8) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнение асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярной оси x .

(3) Есть ли у графика функции $f(x)$ точки пересечения с осями координат? Обоснуйте свой ответ.

(2) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(2) Найдите области возрастания функции $f(x)$.

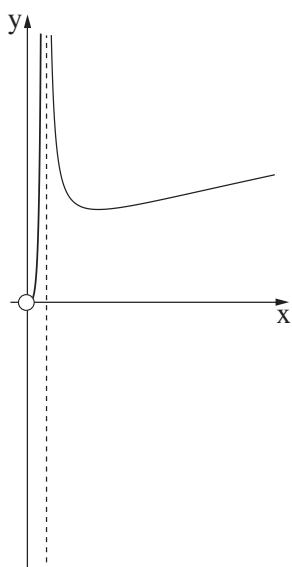
(3) Определите, какой из графиков I–IV в конце этого вопроса соответствует функции $f(x)$.

$g(x)$ – функция, область определения которой совпадает с областью определения функции $f(x)$.

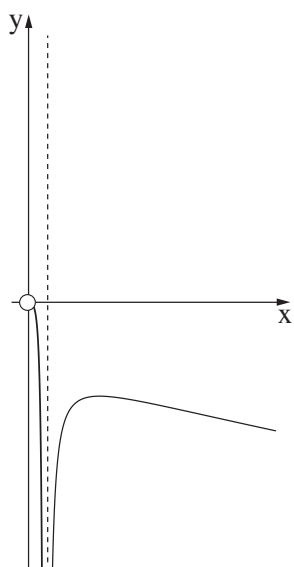
Для производной функции $g(x)$ выполняется: $g'(x) = f(x) - c$, c – параметр.

(7) (1) Для $c = 4$ найдите, сколько точек экстремума есть у функции $g(x)$, и определите их тип (если таковые существуют). Обоснуйте свой ответ.

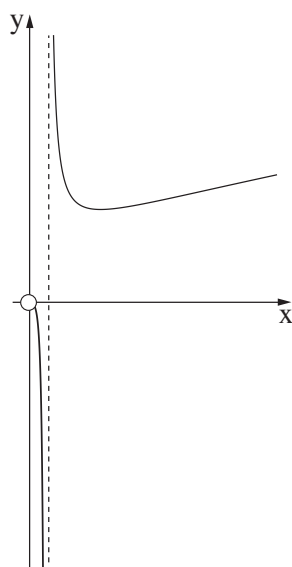
(2) Укажите какое-либо значение c , для которого у функции $g(x)$ есть три точки экстремума. Обоснуйте свой ответ.



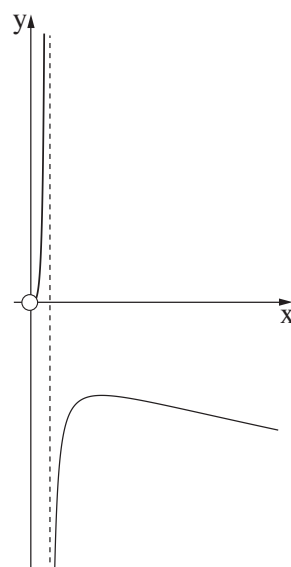
IV



III



II



I

Желаем успеха!

בהצלחה!